Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 1

№1

$F_1 = 8\ Н$

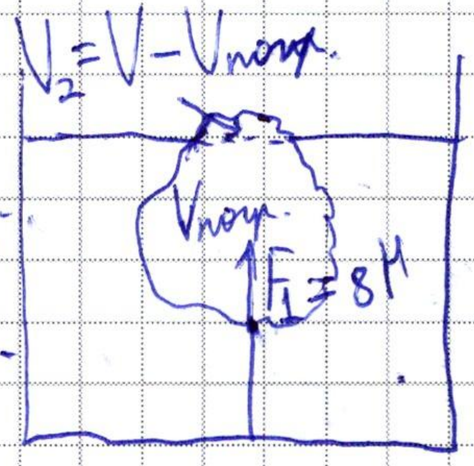
$S = 0{,}8\ м^2$

$\rho_л = 900\ кг/м^3$

$\rho_в = 1000\ кг/м^3$

$l\ h = ?$

Если бы F_1 была нет нить натянута значит кусок льда стремится выплыть, значит $F_{арх.} > m_л g$ и $F_1 = F_{арх} - m_л g$



$F_{арх.} = \rho_в \cdot V_{погр.} \cdot g \Rightarrow$ $F_1 = \rho_в \cdot V_{погр.} \cdot g - \rho_л \cdot V_л \cdot g \Rightarrow$

$m_л g = \rho_л V_л g$

$F_1 = \rho_в \cdot V_{погр.} g - \rho_л \cdot V_{погр.} \cdot g - \rho_л \cdot V_2 g = (\rho_в - \rho_л) V_{погр.} g -$

$- \rho_л \cdot V_2 \cdot g$

$m_л \cdot g_0 = m_л \text{ после} \Rightarrow \rho_л V = \rho_в V_к \Rightarrow V_к = \frac{\rho_л}{\rho_в} \cdot V$

$F_1 = ((\rho_в - \rho_л) \cdot V_{погр.} - \rho_л \cdot V_2)\ g$

$8 = ((1000 - 900) V_{погр.} - 900 V_2)\ 10$

Можно использовать оборот листа для записи решений

$0,8 = 100 V_{погр.} - 900 V_2$

$900 V_2 + 0,8 = 100 V_{погр.}$

$900 V - 900 V_{погр.} = 100 V_{погр.} - 0,8$

$1000 V_{погр.} = 900 V + 0,8$

$V_{погр.} = \frac{900 V + 0,8}{1000} = 0,9 V + 0,8 \cdot 10^{-3}$

В Без ним лёд плавает так что 0,9 его $\frac{9}{10}$ его объёма под водой и при таянии объём уменьшается в $\frac{10}{9}$ раз $\left(\frac{\rho_в}{\rho_л}\right)$

$V_2 = V - 0,9V - 0,8 \cdot 10^{-3} = 0,1V - 0,8 \cdot 10^{-3}$

$V_{погр.} = V_{нач.}$ Изначально в воде: $0,9 V + 0,8 \cdot 10^{-3}$ льда

~~В конце: $\frac{\rho_л}{\rho_в} V = \frac{10}{9} V = 1,1 V$ $V \frac{\rho_л}{\rho_в} = 0,9 V$~~

~~$\Delta V = 1,1 V - 0,9 V - 0,8 \cdot 10^{-3} = 0,21 V - 0,8 \cdot 10^{-3}$~~

~~$\Delta V = S \cdot \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta V}{S}$~~

~~$V_0 = S \cdot h_0$~~

~~$\Delta V = 0,9 V -$~~

В конце: $\frac{\rho_л}{\rho_в} V = 0,9 V$

$\Delta V = 0,9 V - 0,9 V - 0,8 \cdot 10^{-3} = -0,8 \cdot 10^{-3}$

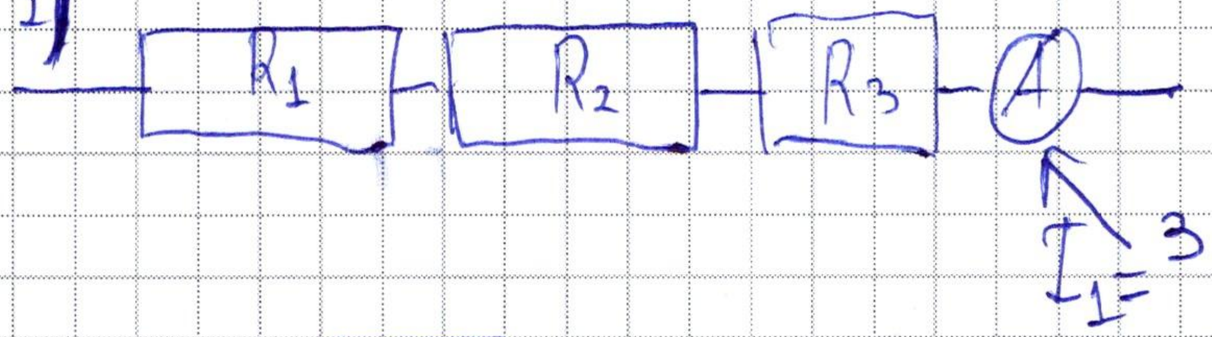
$\Delta h = \frac{\Delta V}{S} = -\frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{0,8} = -1 \cdot 10^{-3}$ м $= -1$ мм

Ответ: $\Delta h = -1$ мм (уровень опустится на 1 мм)

olymp.bmstu.ru

№2

1)

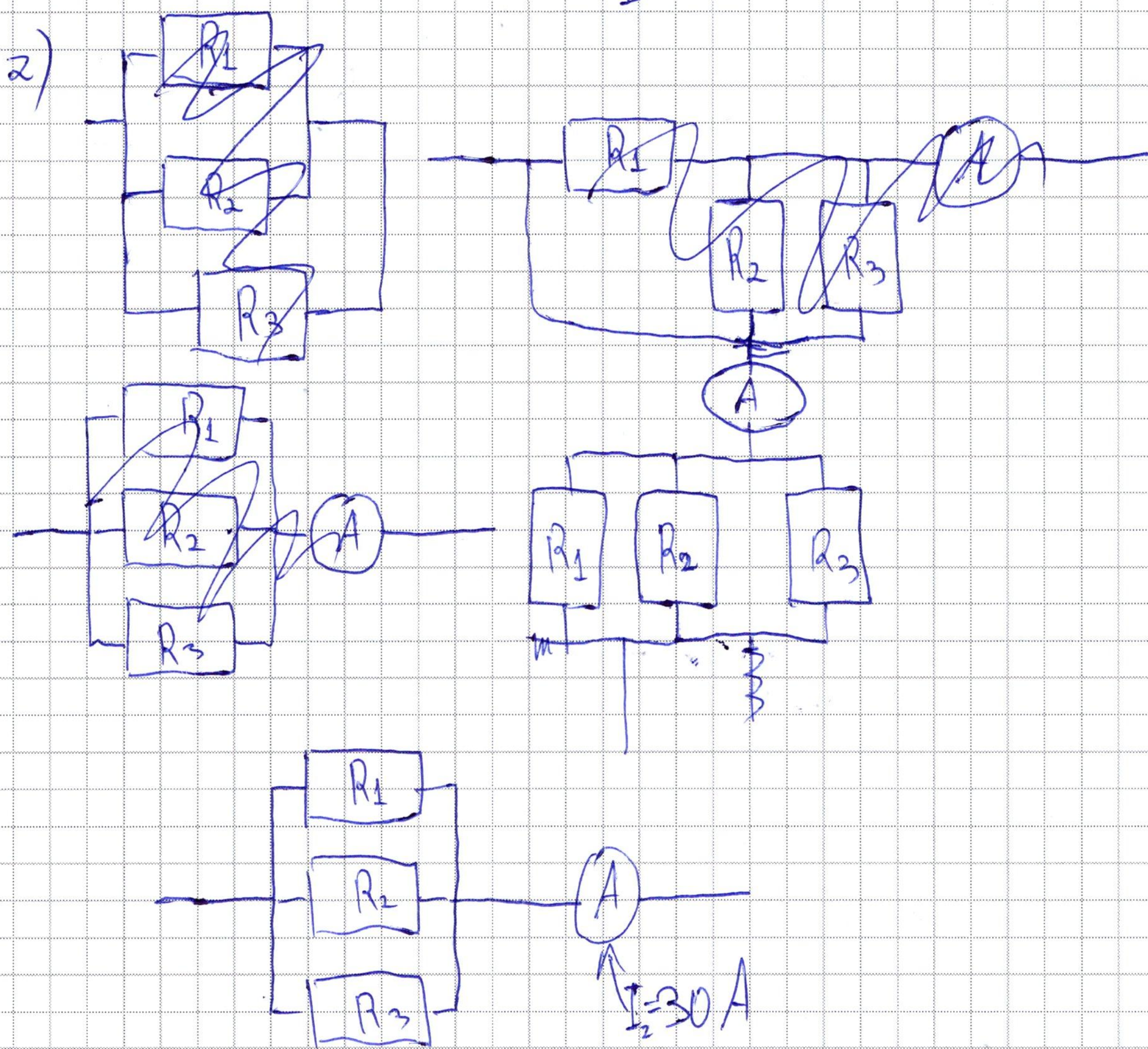


$\frac{R_1}{R_2} = 0{,}5 \Rightarrow$

R_2

$R_2 = 2R_1$

2)



Пусть у источника напряжения напряжение U, тогда $I_1 = \frac{U}{R_{общ.1}}$; $I_2 = \frac{U}{R_{общ.2}}$

$$R_{общ.1} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\frac{1}{R_{общ.2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 R_3 + R_2 \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} \Rightarrow$$

$$R_{общ.2} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} = \frac{2 R_1 R_3}{3 R_3 + 2 R_1}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U}{R_{общ2}} \cdot \frac{R_{общ.1}}{U} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} \cdot$$

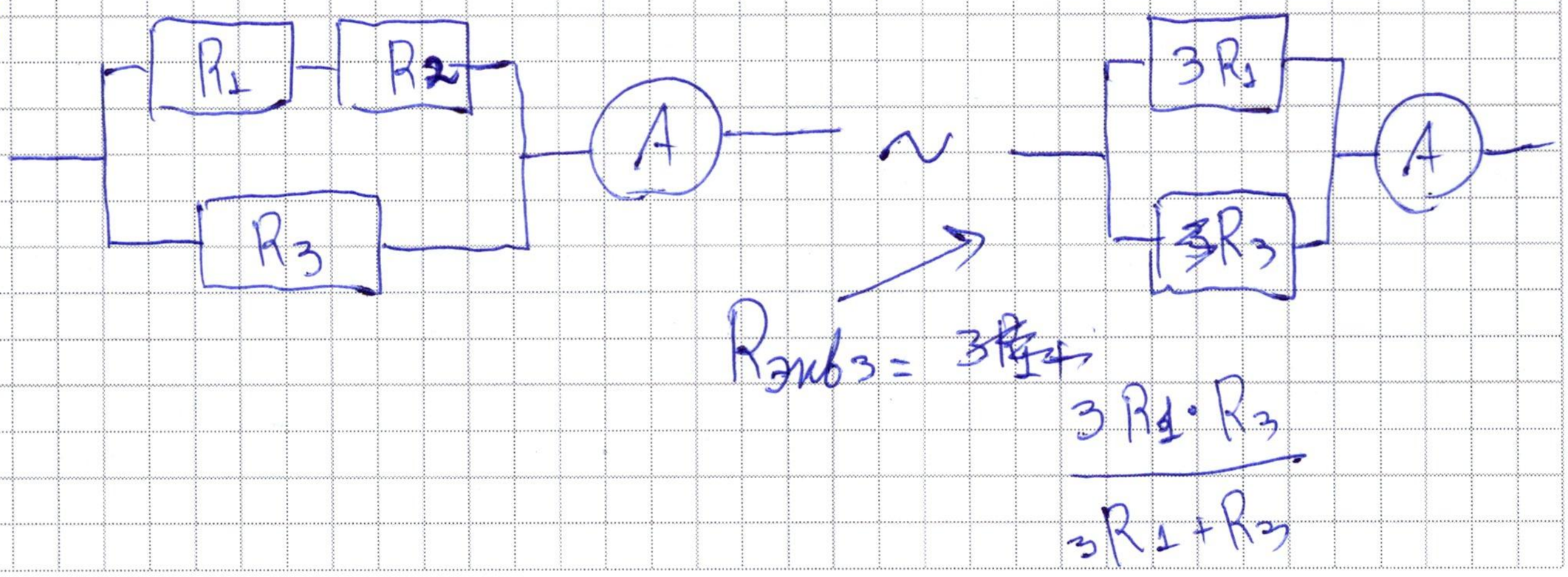
$$\cdot (R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2)$$

$$R_2 = 2 R_1 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1 + 2R_1 + R_3}{R_1 \cdot 2R_1 \cdot R_3} \cdot (2 R_1 R_3 +$$

$$+ R_1 R_3 + 2 R_1^2) = \frac{3 R_1 + R_3}{2 R_1^2 R_3} \cdot (3 R_1 R_3 + 2 R_1^2) =$$

$$= \frac{3 R_1 + R_3}{2 R_1 \cdot R_3} (3 R_3 + 2 R_1) = \frac{30}{3} = 10$$

3)



$$\frac{3R_1+R_3}{3R_1\cdot R_3}\left(3R_3+2R_1\right)=\frac{20}{3}$$

$$\frac{3R_1\cdot R_3}{3R_1+R_3}=\frac{3\left(3R_3+2R_1\right)}{20}=\frac{9R_3+6R_1}{20}$$

$$I_3=\frac{20\ U}{3\left(3R_3+2R_1\right)} \quad \Rightarrow$$

$$I_1=\frac{U}{3R_1+R_3}=3 \Rightarrow U=9R_1+3R_3$$

$$\frac{1}{I_2}=\frac{U\left(R_2\cdot R_3+R_1R_3+R_1R_2\right)}{R_1\cdot R_2\cdot R_3}=30 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{I_2}=\frac{U\left(2R_1R_3+R_1R_3+2R_1^2\right)}{2R_1^2R_3}=\frac{U\left(3R_3+2R_1\right)}{2R_1R_3}=30 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{U}=\frac{60R_1R_3}{3R_3+2R_1} \Rightarrow U=\frac{3R_3+2R_1}{60R_1R_3}$$

$$I_3=\frac{20\left(3R_3+2R_1\right)}{3\left(3R_3+2R_1\right)\cdot 60R_1\cdot R_3}=\frac{1}{9R_1R_3}$$

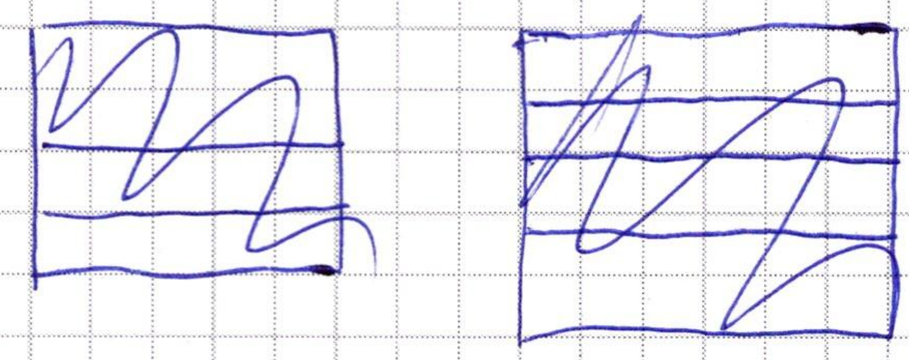
$V_{кр.} = 0{,}85V$

$V_{кор.} = V$

$\rho_{кр} = \rho$

$\rho_{кор.} = 0{,}83\rho$

№3



кор	V ρ
кр	$0{,}85V$ $1{,}2\rho$
кор	V ρ
кр	$0{,}85V$ $1{,}2\rho$

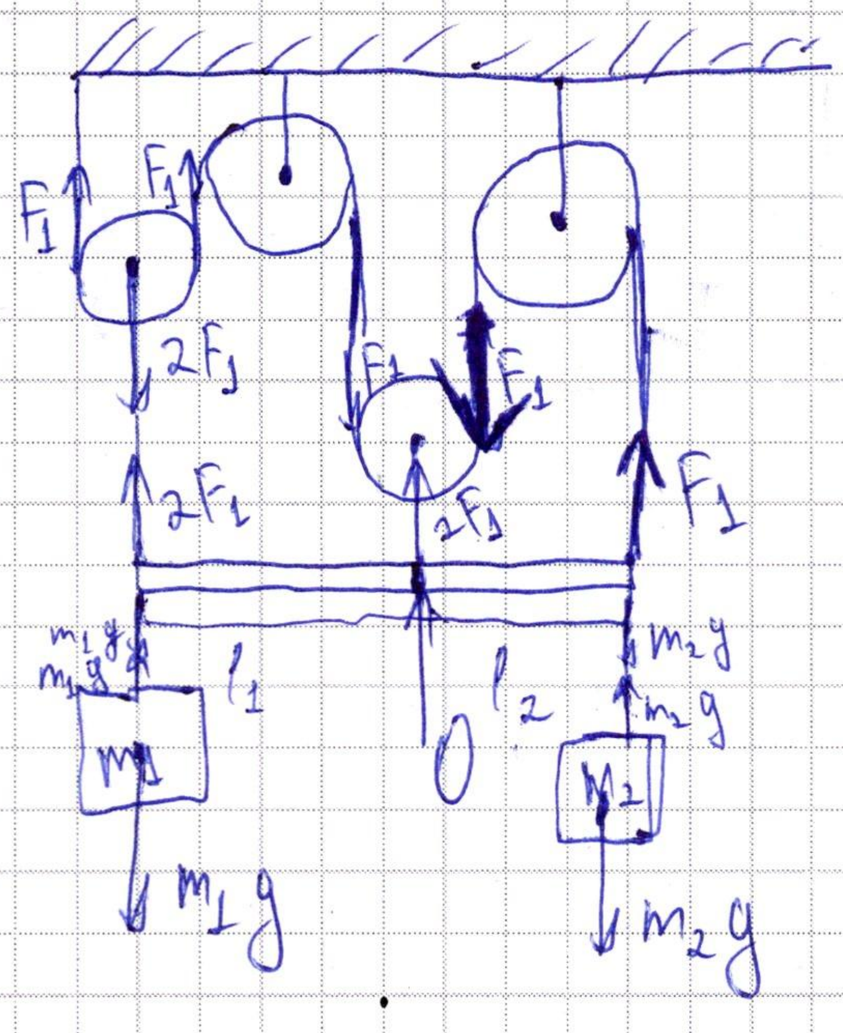
$$\rho_{ср.} = \frac{m_{кр.} + m_{кор.}}{V_{кр.} + V_{кор.}} =$$

$$= \frac{\rho_{кр.} \cdot V_{кр.} + \rho_{кор.} \cdot V_{кор.}}{V_{кр} + V_{кор.}} = \frac{\rho \cdot 0{,}85V + 0{,}83\rho V}{0{,}85V + V} = \frac{0{,}85\rho + 0{,}83\rho}{1{,}85} =$$

$$= \frac{1{,}68}{1{,}85}\rho = 0{,}91\rho$$

Ответ: $0{,}91\rho$

№4



Правило моментов относительно O:

$$(2F_1 - m_1 g) \cdot l_1 = (F_1 - m_2 g) l_2$$

$$2F_1 l_1 - m_1 g l_1 = F_1 l_2 - m_2 g l_2$$

$$2F_1 l_1 - F_1 l_2 - m_1 g l_1 = -m_2 g l_2$$

$$F_1 l_2 - 2F_1 l_1 + m_1 g l_1 = m_2 g l_2 \Rightarrow F_1(l_2 - 2l_1) + m_1 g l_1 = m_2 g l_2$$

olymp.bmstu.ru

$2F_1 + F_1 + 2F_1 = m_1 g + m_2 g$

$5F_1 = m_1 g + m_2 g \Rightarrow F_1 = \frac{(m_1 + m_2)g}{5} =$

$m_1 + m_2$

$\frac{(m_1 + m_2)g}{5} l_2 - \frac{(m_1 + m_2)g}{5} \cdot l_1 = m_2 g l_2 - m_1 g l_1 \quad | : g$

$\frac{m_1 + m_2}{5}(l_2 - l_1) = m_2 l_2 - m_1 l_1$

$m_1 \cdot \frac{(l_2 - l_1)}{5} + m_2 \frac{l_2 - l_1}{5} = m_2 l_2 - m_1 l_1$

$m_1\left(\frac{l_2 - l_1}{5} + l_1\right) = m_2\left(l_2 + \frac{l_1 - l_2}{5}\right)$

$m_1\left(\frac{l_2 + 4l_1}{5}\right) = m_2\left(\frac{4l_2 + l_1}{5}\right)$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{4l_2 + l_1}{5} \cdot \frac{5}{l_2 + 4l_1} = \frac{4l_2 + l_1}{l_2 + 4l_1}$

$C_{ст.} = 500$ Дж/кг·°C

$m_{ст.} = 0{,}9$ кг

$C_{ал.} = 400$ Дж/кг·°C

$P = \frac{Q_{ст.}}{\tau} = \frac{C_{ст.} \cdot m_{ст.} \Delta t}{\tau}$

Δt в пределах от 0 до 30 с.

сталь нагревалась на 30°C ⇒ $\Delta t = 30°C$

$P = \frac{C \cdot m_{ст.} \Delta t}{\tau} = \frac{500 \cdot 0{,}9 \cdot 30}{30} = 450$ Вт. $\tau = 30$ с

возьмём промежуток от 45 с до 90 с

Здесь $\tau_2 = 45$ с, $\Delta t_2 = 25°C$

$P = \frac{C_{ч.} \cdot (m_{ст.} + m_{л.}) \cdot \Delta t_2}{\tau_2} \Rightarrow C_{ч.} \cdot (m_{ст} + m_л) = \frac{P \cdot \tau_2}{\Delta t_2} =$

$= \frac{450 \cdot 45}{25} = 810$ Дж/°C

$C_{ст.} \cdot m_{ст.} = 500 \cdot 0{,}9 = 450$ Дж/°C, т.е

для того чтобы разогреть 0,9 кг стали на 1° нужится 450 Дж, а чтобы разогреть 0,9 кг стали + $m_л$ кг на 1°C требуется 810 Дж/°C ⇒ На то чтобы разогреть на 1°C $m_л$ потребуется 810 − 450 = 360 Дж ⇒

$m_л \cdot C_л = 360$ Дж ⇒ $m_л = \frac{360}{C_л} = \frac{360}{400} = 0{,}9$ кг

Ответ: $m_л = 0{,}9$ кг.

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

$\rho_к = 800 кг/м^3$; $\rho_{ал.} = 2700 кг/м^3$ №6

$\delta = \frac{975}{10000} = \frac{975}{10^4}$

касается стенки: $\frac{975}{10^8}$

восстановление: $\frac{975}{10^{13}}$

если мы возьмём $\frac{10^{13}}{975}$ случаев, то гарантированно хоть в одном из них произойдёт восстановление. $\frac{10^{13}}{975}$ (с округлением в большую сторону) = 10256411 частиц.

Пусть весь объём = V

$m_0 = \rho_к \cdot V$ $\quad m_к = 0,9 m_0 + \rho_{ал.} \cdot 0,1 V =$

$\frac{m_к}{m_0} = \frac{(0,9\rho_к + 0,1\rho_{ал})V}{\rho_к V} =$ $\quad = 0,9\rho_к V + 0,1\rho_{ал} V =$

$= (0,9\rho_к + 0,1\rho_{ал}) V$

$\frac{0,9\rho_к + 0,1\rho_{ал}}{\rho_к} = \frac{0,9 \cdot 800 + 0,1 \cdot 2700}{800} = \frac{720 + 270}{800} =$

Можно использовать оборот листа для записи решений

$= 1,2375 = 123,8\ \%$.

Ответ: на 23,8 %.

$R_{экв3} = \dfrac{3R_1 \cdot R_3}{R_3 + 3R_1} = \dfrac{I_3}{3(R_3+3R_1)} \Rightarrow$ √2 продолжение

$I_3 = 3(R_3+3R_1)\cdot R_{экв.3} = \dfrac{3(R_3+3R_1)\cdot R_{экв3}^2}{R_{экв3}} \Rightarrow$

$U = 3(R_3+3R_1)\cdot R_{экв3}^2 = 3(R_3+3R_1)\cdot \dfrac{9R_1^2\cdot R_3^2}{(R_3+3R_1)^2} =$

$= 3\cdot \dfrac{9R_1^2R_3^2}{R_3+3R_1}$ т.к. напряжение во всех случаях одинаковое, то

$I_1 = \dfrac{U}{R_{экв_1}} = 3\cdot \dfrac{9R_1^2R_3^2}{(R_3+3R_1)^2} = 3$

$\dfrac{9R_1^2R_3^2}{(R_3+3R_1)^2} = 1 \Rightarrow \dfrac{3R_1R_3}{R_3+3R_1} = 1$ Ом

Это и есть сопротивление 3 схемы

тогда $U = 3(R_3+3R_1)\cdot 1^2 = 3R_{экв_1}$

$I_3 = \dfrac{U}{R_{экв_3}} = \dfrac{3(R_3+3R_1)^2}{3R_1R_3}$, вспомним что $I_3 = \dfrac{1}{9R_1R_3}$

тогда $R_3+3R_1 = \dfrac{1}{3}$, тогда $U = 1$ В

$I_3 = \dfrac{U}{R_3} = \dfrac{1}{1} = 1$ А. Ответ: $I_3 = 1$ А